GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO

DIRETRIZES CURRICULARES DE MATEMÁTICA PARA A SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E PARA O ENSINO MÉDIO

CURITIBA
2008

SUMÁRIO

1 DIMENSÃO HISTÓRICA DA DISCIPLINA

Nestas Diretrizes Curriculares é necessário compreender a Matemática desde suas origens até sua constituição como campo científico e como disciplina no currículo escolar brasileiro para ampliar a discussão acerca dessas duas dimensões.

Os povos das antigas civilizações desenvolveram os primeiros conhecimentos que vieram compor a Matemática conhecida hoje. Há menções na história da Matemática de que os babilônios, por volta de 2000 a.C., acumulavam registros do que hoje podem ser classificados como álgebra elementar. Foram os primeiros registros da humanidade a respeito de idéias que se originaram das configurações físicas e geométricas, da comparação das formas, tamanhos e quantidades. Para Ribnikov (1987), esse período demarcou o *nascimento da Matemática.*

Contudo, como campo de conhecimento, a Matemática emergiu somente mais tarde, em solo grego, nos séculos VI e V a.C. Com a civilização grega, regras, princípios lógicos e exatidão de resultados foram registrados. Com os pitagóricos ocorreram as primeiras discussões sobre a importância e o papel da Matemática no ensino e na formação das pessoas.

Com os platônicos, buscava-se, pela Matemática, um instrumento que, para eles, instigaria o pensamento do Homem. Essa concepção arquitetou as interpretações e o pensamento matemático de tal forma que influencia no ensino de Matemática até os dias de hoje (STRUIK, 1998).

Por volta do século VI a.C., a educação grega começou a valorizar o ensino da leitura e da escrita na formação dos filhos da aristocracia. No entanto, a Matemática se inseriu no contexto educacional grego somente um século depois, pelo raciocínio abstrato, em busca de respostas para questões relacionadas, por exemplo, à origem do mundo. Pelo estudo da Matemática e a necessária abstração, tentava-se justificar a existência de uma ordem universal e imutável, tanto na natureza como na sociedade. Essa concepção estabeleceu para a disciplina de Matemática uma base racional que perdurou até o século XVII d.C. Nesse período, aconteceu a *sistematização das matemáticas estáticas,* ou seja, desenvolveram-se a aritmética, a geometria, a álgebra e a trigonometria (RIBNIKOV 1987).

As primeiras propostas de ensino de Matemática baseadas em práticas pedagógicas ocorreram no século V a.C. com os sofistas, considerados profissionais do ensino. O objetivo desse grupo era formar o homem político, que, pela retórica, deveria dominar a arte da persuasão. Aos sofistas, devemos a popularização do ensino da Matemática, o seu valor formativo e a sua inclusão de forma regular nos círculos de estudos.

Entre os séculos IV a II a.C. a educação era ministrada de forma clássica e enciclopédica e o ensino de Matemática desse período estava reduzido a contar números naturais, cardinais e ordinais, fundamentado na memorização e na repetição.

Nesse período, no Egito, foi criada a biblioteca de Alexandria. Grandes sábios da época eram ligados a esta instituição, dentre eles o grego Euclides, que foi para lá ensinar matemática, considerado um professor de Matemática que se distinguiu por sua educação refinada e atenta disposição, particularmente, para com aqueles que poderiam promover o avanço das ciências matemáticas. Sem dúvida, foi um profissional que influenciou (e influencia até os dias atuais) o ensino e a aprendizagem de Matemática devido a sistematização do conhecimento matemático de então, por volta de 330 e 320 a.C., na obra *Elementos* (CAJORI, 2007).

A obra de Euclides, que apresenta a base do conhecimento matemático por meio dos axiomas e postulados, contempla a geometria plana, teoria das proporções aplicadas às grandezas em geral, geometria de figuras semelhantes, a teoria dos números incomensuráveis e esteriometria – que estuda as relações métricas da pirâmide, do prisma, do cone e do cilindro, polígonos regulares, especialmente do triângulo e do pentágono. Hoje, tais conteúdos estão presentes e sendo abordados na Educação Básica.

A Matemática se configurou como disciplina básica na formação de pessoas a partir do século I a. C, inserida no *quadrivium*, ou seja, desdobrada nas disciplinas de aritmética, geometria, música e astronomia. O ensino da geometria e da aritmética ocorria de acordo com o pensamento euclidiano, fundado no rigor das demonstrações. A partir do século II d.C., o ensino da aritmética teve outra orientação e privilegiou uma exposição mais completa de seus conceitos.

A partir do século V d.C., início da Idade Média, até o século VII, o ensino teve caráter estritamente religioso. A Matemática era ensinada para entender os cálculos do calendário litúrgico e determinar as datas religiosas. Outras aplicações práticas e o caráter empírico da Matemática só passaram a ser explorados no final deste período. Entretanto, no Oriente, ocorreram produções matemáticas entre os hindus, árabes, persas e chineses. Tais produções se configuraram em importantes avanços relativos ao conhecimento algébrico (MIORIM, 1998).

Entre os séculos VIII e IX, o ensino passou por mudanças significativas com o surgimento das escolas e a organização dos sistemas de ensino. Embora a ênfase fosse dada ao ensino do latim, surgiram as primeiras idéias que privilegiavam o aspecto empírico da Matemática. Nas discussões filosóficas das universidades medievais entre os séculos X e XV, os estudos de Matemática mantiveram-se atrelados às constatações empíricas.

Após o século XV, o avanço das navegações e a intensificação das atividades comerciais e, mais tarde, industriais possibilitaram novas descobertas na Matemática, cujos conhecimentos e ensino voltaram-se às atividades práticas.

O século XVI demarcou um novo período de sistematização do conhecimento matemático, denominado de *matemáticas de grandezas variáveis.* Isso ocorreu pela forte influência dos estudos referentes à geometria analítica e à projetiva, o cálculo diferencial e integral, à teoria das séries e a das equações diferenciais (RIBNIKOV, 1987).

As descobertas matemáticas desse período contribuíram para uma fase de grande progresso científico e econômico aplicado na construção, aperfeiçoamento e uso produtivo de máquinas e equipamentos, tais como, armas de fogo, imprensa, moinhos de vento, relógios e embarcações. O valor da técnica e a concepção mecanicista de mundo propiciaram estudos que se concentraram, principalmente, no que hoje chamamos Matemática Aplicada (STRUIK, 1987, p. 158). Tal fato refletiu na modernização das manufaturas e no atendimento às necessidades técnico-militares. O ensino da Matemática objetivava preparar os jovens ao exercício de atividades ligadas ao comércio, arquitetura, música, geografia, astronomia, artes da navegação, da medicina e da guerra.

No Brasil, na metade do século XVI, os jesuítas instalaram colégios católicos com uma educação de caráter clássico-humanista. A educação jesuítica contribuiu para o processo pelo qual a Matemática viria a ser introduzida como disciplina nos currículos da escola brasileira. Entretanto, o ensino de conteúdos matemáticos como disciplina escolar, nos colégios jesuítas, não alcançou destaque nas práticas pedagógicas (VALENTE, 1999).

No século XVII, a Matemática desempenhou papel fundamental para a comprovação e generalização de resultados. Surgiu a concepção de lei quantitativa que levou ao conceito de função e do cálculo infinitesimal. Esses elementos caracterizaram as bases da Matemática como se conhece hoje.

A criação e o uso de máquinas industriais e artefatos mecânicos incorporaram novos elementos aos estudos da Matemática, em virtude das relações quantitativas que se estabeleciam para explicar os fenômenos dos movimentos mecânico e manual.

O século XVIII foi marcado pelas Revoluções Francesa e Industrial e pelo início da intervenção estatal na educação. Com a emergente economia e política capitalista, a pesquisa Matemática voltou-se, definitivamente, para as necessidades do processo da industrialização.

Desde o final do século XVI ao início do século XIX, o ensino da Matemática, desdobrado em aritmética, geometria, álgebra e trigonometria, contribuiu para formar engenheiros, geógrafos e topógrafos que trabalhariam em minas, abertura de estradas, construções de portos, canais, pontes, fontes, calçadas e preparar jovens para a prática da guerra. Com a revolução industrial, evidenciaram-se diferenças entre classes sociais e a necessidade de educação para essas classes, de modo a formar tanto trabalhadores quanto dirigentes do processo produtivo. Como a Matemática escolar era uma importante disciplina para atender tal demanda, demarcava os programas de ensino da época, uma vez que era a ciência que daria a base de conhecimento para solucionar os problemas de ordem prática (VALENTE, 1999).

Com a chegada da Corte Portuguesa ao Brasil, em 1808, implementou-se um ensino de Matemática por meio de cursos técnico-militares, nos quais ocorreu a separação dos conteúdos em *Matemática elementar* e *Matemática superior,* ensinados na escola básica (atual educação básica) e nos cursos superiores, respectivamente.

O desenvolvimento matemático no século XIX foi denominado por Ribnikov (1987) como o período das *matemáticas contemporâneas.* O autor assinala que as relações que expressam formas e quantidades aumentaram consideravelmente. Essas mudanças ocorreram nos fundamentos da Matemática, ou seja, no sistema de teorias e problemas históricos, lógicos e filosóficos. Nesse período houve uma reconsideração crítica do sistema de axiomas, dos métodos lógicos e demonstrações matemáticas e, também, a sistematização e hierarquização das diversas geometrias, entre elas as geometrias não-euclidianas.

No final do século XIX e início do século XX, o ensino da Matemática foi discutido em encontros internacionais de matemáticos, nos quais se elaboraram propostas pedagógicas que contribuíram para legitimar a Matemática como disciplina escolar e para vincular seu ensino com os ideais e exigências advindos das transformações sociais e econômicas dos últimos séculos.

A instalação de fábricas e indústrias nas cidades criou um novo cenário sócio-político-econômico que, em conjunto com as ciências modernas, fez surgir uma nova forma de produção de bens materiais, uma nova classe de trabalhadores e, junto com ela, a necessidade de discutir seus interesses ligados à educação.

Matemáticos, antes pesquisadores, tornaram-se também professores e passaram a se preocupar mais diretamente com as questões de ensino. Para sua prática docente, alguns professores de Matemática começaram a buscar fundamentação não somente nas teorias matemáticas, mas em estudos psicológicos, filosóficos e sociológicos.

Tal renovação se manifestou em diversos países da Europa; em alguns, aconteceu com propostas mais amplas de reformulação dos sistemas nacionais, o que abrangeu os vários níveis de ensino. Em especial, na Alemanha, Felix Klein[1] (1849-1925) defendeu

> a atualização da Matemática na escola secundária, de maneira a ficar mais próxima do desenvolvimento moderno dessa área e, também, dos últimos avanços científicos e tecnológicos, bem como, acreditava que a Universidade deveria modificar a sua proposta de ensino, levando em consideração as necessidades do futuro professor. [...] a proposta de Klein representaria o rompimento entre a formação geral e a prática, entre a tradição culta e a artesanal e entre o desenvolvimento do raciocínio em oposição ao desenvolvimento das atividades práticas (MIORIM, 1998, p. 69;71).

Essas idéias contribuíram para caracterizar um movimento organizado por meio de uma ação coletiva que propôs um ensino de Matemática baseado em princípios que deveriam orientar-se pela

[1] Felix Klein foi professor de Matemática na Universidade de Erlangen, no Instituto Técnico em Munique e nas Universidades de Leipzig e de Göttingen.

> eliminação da organização excessivamente sistemática e lógica dos conteúdos, consideração da intuição como um elemento inicial importante para a futura sistematização, introdução de conteúdos mais modernos, como as funções, valorização das aplicações da Matemática para a formação dos estudantes e percepção da importância da ‘fusão’ ou descompartimentalização dos conteúdos ensinados (MIORIM, 1998, p. 78).

Tais concepções foram discutidas nos congressos internacionais ocorridos no exterior, entre 1900 a 1914, e trouxeram a necessidade de pensar um ensino de matemática que articulasse, numa única disciplina, a Aritmética, a Álgebra, a Geometria, a Trigonometria, etc.

Essas discussões chegaram ao Brasil por intermédio de integrantes do corpo docente do Imperial Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, criado desde 1837, como modelo para a escola secundária no país. Pela regulamentação institucional, nesse colégio, o ensino da Matemática era desdobrado em quatro disciplinas: Aritmética, Geometria, Álgebra e Matemática. A disciplina de Matemática, nesse período, incorporava apenas a Trigonometria e a Mecânica.

Entre os professores de Matemática do Colégio Pedro II atentos a essas discussões, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo promoveu as discussões rumo às reformas nos programas de Matemática ao solicitar ao Governo Federal a junção das disciplinas *aritmética, álgebra, geometria* e *trigonometria* numa única, denominada *Matemática.* O parecer favorável do Departamento Nacional de Ensino e da Associação Brasileira de Educação foi fundamental para o Governo Republicano aprovar a solicitação dos professores. Em 15/01/1929, foi publicado o decreto 18.564, oficializando o aceite da proposta encabeçada por Roxo. Tal mudança foi repassada a todos os estabelecimentos de ensino secundário do país, pela reforma Francisco Campos (VALENTE, 1999).

O início da modernização do ensino da Matemática no país aconteceu num contexto de mudanças que promoviam a expansão da indústria nacional, o desenvolvimento da agricultura, o aumento da população nos centros urbanos e as idéias que agitavam o cenário político internacional, após a Primeira Guerra Mundial. Assim, as novas propostas educacionais caracterizavam reações contra uma estrutura educacional artificial e verbalizada (MIORIM, 1998, p. 89).

As idéias reformadoras do ensino da Matemática compactuavam discussões do movimento da Escola Nova, que propunha um ensino orientado por uma concepção *empírico-ativista* ao valorizar os processos de aprendizagem e o envolvimento do estudante em atividades de pesquisa, atividades lúdicas, resolução de problemas, jogos e experimentos.

Além de contribuir para a caracterização da Matemática como disciplina, esta tendência do escolanovismo orientou a formulação da metodologia do ensino da Matemática na Reforma Francisco Campos, em 1931. Nas décadas seguintes, de 1940 até meados da década de 1980, essa tendência influenciou a produção de alguns materiais didáticos de Matemática e a prática pedagógica de muitos professores no Brasil.

A proposta básica do escolanovismo era o desenvolvimento da criatividade e das potencialidades e interesses individuais. O estudante era considerado o centro do processo e o professor, o orientador da aprendizagem.

Outras tendências, concomitantemente à empírico-ativista (escolanovista), influenciaram o ensino da Matemática em nosso país. Muitas fundamentam o ensino de Matemática até hoje, dentre as quais destacam-se as tendências: *formalista clássica, formalista moderna, tecnicista, construtivista, socioetnocultural* e *histórico-crítica* (FIORENTINI, 1995).

Até o final da década de 1950, a tendência que prevaleceu no ensino da Matemática no Brasil foi a *formalista clássica*. Essa tendência baseava-se no "modelo euclidiano e na concepção platônica de Matemática", a qual se caracterizava pela sistematização lógica e pela visão estática, a-histórica e dogmática do conhecimento matemático. A principal finalidade do ensino da Matemática era o desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo. Nessa tendência, a aprendizagem era centrada no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo, ou seja, o ensino era livresco e conteudista, a aprendizagem consistia na memorização e na repetição precisa de raciocínios e procedimentos (FIORENTINI, 1995).

Após a década de 1950, observou-se a tendência *formalista moderna* que valorizava a lógica estrutural das idéias matemáticas, com a reformulação do currículo escolar, por meio do *Movimento da Matemática Moderna*. Com esta tendência, tinha-se uma abordagem “internalista” da Matemática. O ensino era centrado no professor, que demonstrava os conteúdos em sala de aula. Enfatizavase o uso preciso da linguagem Matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas por meio das propriedades estruturais.

Com o Movimento da Matemática Moderna, acreditava-se que o rigor e a precisão da linguagem matemática facilitariam o seu ensino. Há “uma Matemática escolar orientada pela lógica, pelos conjuntos, pelas relações, pelas estruturas matemáticas, pela axiomatização” (MIGUEL E MIORIM, 2004, p. 44). Tal abordagem não respondeu às propostas de ensino e, em contrapartida, as críticas se intensificaram e as discussões no campo da Educação Matemática se fortaleceram.

O Movimento da Matemática Moderna, também, motivou o início de estudos e debates sobre a renovação pedagógica por meio de uma discussão aberta e organizada por alguns grupos de estudos, como o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), em São Paulo; o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM), no Paraná; o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), no Rio Grande do Sul; o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), do Rio de Janeiro. Mas, antes de se chegar a uma proposta diferenciada para o ensino e a aprendizagem de Matemática no país, vivenciamos um período no qual sobressaiu a escola tecnicista.

Com a política econômica desenvolvida pelo governo, tomado com o golpe de 1964, foi necessário um redirecionamento também da política educacional. Os cursos profissionalizantes compulsórios no Segundo Grau e a tendência pedagógica *tecnicista* contribuíram para que a escola desempenhasse a função de preparar o indivíduo para inserir-se no mercado de trabalho e servir ao sistema produtivo que pretendia se estruturar.

O caráter mecanicista e pragmático do ensino da Matemática foi marcante no decorrer da década de 1970. O método de aprendizagem enfatizado era a memorização de princípios e fórmulas, o desenvolvimento e as habilidades de manipulação de algoritmos e expressões algébricas e de resolução de problemas. A pedagogia tecnicista não se centrava no professor ou no estudante, mas nos objetivos instrucionais, nos recursos e nas técnicas de ensino. Os conteúdos eram organizados por especialistas, muitas vezes em *kits* de ensino e ficavam disponíveis em livros didáticos, manuais, jogos pedagógicos e recursos audiovisuais.

Já a tendência *construtivista* surgiu no Brasil a partir das décadas de 1960 e 1970 e se estabeleceu como meio favorável para discutir o ensino da Matemática na década de 1980. Nesta tendência, o conhecimento matemático resultava de ações interativas e reflexivas dos estudantes no ambiente ou nas atividades pedagógicas. A Matemática era vista como uma construção formada por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas. O construtivismo, então, dava mais ênfase ao processo e menos ao produto do conhecimento. A interação entre os estudantes e o professor era valorizada e o espaço de produção individual se traduzia como um momento de interiorização das ações e reflexões realizadas coletivamente.

A tendência pedagógica *socioetnocultural* surgiu a partir da discussão sobre a ineficiência do Movimento Modernista. Valorizou aspectos socioculturais da Educação Matemática e tinha sua base teórica e prática na *Etnomatemática. S*ob essa perspectiva, a matemática deixa de ser vista como conjunto de conhecimentos universais e teoricamente bem definidos, mas como um saber dinâmico, prático e relativo. A relação professor-estudante, nesta concepção, era a dialógica, isto é, privilegiava a troca de conhecimentos entre ambos e atendia sempre à iniciativa dos estudantes e problemas significativos no seu contexto cultural.

A tendência *histórico-crítica* surgiu no Brasil em meados de 1984 e, através de sua metodologia fundamentada no materialismo histórico, buscava a construção sócio-individualizada do conhecimento. Na matemática, essa tendência é expressada como um saber vivo, dinâmico, construído historicamente para atender às necessidades sociais, econômicas e teóricas. A aprendizagem da Matemática consiste em criar estratégias que possibilitam ao aluno atribuir sentido e construir significado às idéias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar. Desse modo, supera o ensino baseado apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios.

A ação do professor é articular o processo pedagógico, a visão de mundo do aluno, suas opções diante da vida, da história e do cotidiano. O auge das discussões da tendência histórico-crítica aconteceu num momento de abertura política no país, na década de 1980.

Nesse cenário político, a Secretaria de Estado da Educação do Paraná – SEED iniciou, em 1987, discussões coletivas para elaboração de novas propostas curriculares. A reestruturação do ensino de Segundo Grau foi concluída em 1988. Em tal proposta, “a questão central reside em repensar o ensino de Segundo Grau como condição para ampliar as oportunidades de acesso ao conhecimento e, portanto, de participação social mais ampla do cidadão" (PARANÁ, 1993, p. VIII).

O ensino da Matemática para o Segundo Grau (atual Ensino Médio) passou a ser visto "como instrumento para a compreensão, a investigação, a inter-relação com o ambiente, e seu papel de agente de modificações do indivíduo, provocando mais que simples acúmulo de conhecimento técnico, o progresso do discernimento político" (PARANÁ, 1993, p. 05). As discussões também serviram para redistribuir os conteúdos matemáticos e a carga horária nas modalidades de Educação Geral, Magistério e cursos técnicos.

Também no final da década de 1980, o Estado do Paraná produziu coletivamente um documento de referência curricular para sua rede pública de Ensino Fundamental denominado Currículo Básico. O texto de Matemática teve uma forte influência da pedagogia histórico-crítica em sua fundamentação teórica.

Fruto dessa discussão coletiva, o Currículo Básico publicado em 1990 portaria o germe da Educação Matemática, cujas idéias começavam a se firmar no Brasil e compõem a proposta apresentadas nestas Diretrizes Curriculares.

De fato, em 1991, iniciou-se um processo de formação continuada, baseado nos textos do Currículo Básico, cuja concepção de ensino já sustentava que

> aprender Matemática é mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x nas respostas: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível (PARANÁ, 1990, p. 66).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394, aprovada em 20 de dezembro de 1996, procura adequar o ensino brasileiro às transformações do mundo do trabalho, fruto da globalização econômica e apresenta novas interpretações para o ensino da Matemática. A partir de sua vigência, definiram-se aspectos curriculares tanto na oferta de disciplinas compondo a parte diversificada quanto no elenco de conteúdos das disciplinas da Base Nacional Comum (Art. 26, Lei nº 9394/96), devido a autonomia dada às instituições para a elaboração do seu projeto pedagógico. No Paraná, neste período, foram criadas várias disciplinas que abordavam os campos do conhecimento da Matemática, tais como: Geometria, Desenho Geométrico e Álgebra, mas que fragmentavam o conhecimento da Matemática e enfraqueciam-na como disciplina.

A partir de 1998, o Ministério da Educação distribuiu os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que para o Ensino Fundamental apresentavam conteúdos de ensino da Matemática. Porém, para o Ensino Médio orientavam as práticas docentes tão somente para o desenvolvimento de competências e habilidades, destacando o trabalho com os temas transversais, em prejuízo da discussão da importância do conteúdo disciplinar e da apresentação de uma relação desses conteúdos para aquele nível de ensino.

Questiona-se os PCNEM

> por ser uma proposta curricular que limita as possibilidades de superarmos o pensamento hegemônico definidor do conhecimento como mercadoria sem vínculos com as pessoas. Um conhecimento considerado importante apenas quando é capaz de produzir vantagens e benefícios econômicos (LOPES, 2002, p. 6).

Nos PCNEM de Matemática o processo de ensino enfatizou o uso dessa disciplina para resolver problemas locais e estimulou a abordagem dos temas matemáticos.

Em contraponto a esta postura, este texto de diretriz curricular resgata para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática a importância do conteúdo matemático e da disciplina Matemática. É imprescindível que o estudante se aproprie do conhecimento matemático de forma que "compreenda os conceitos e princípios matemáticos, raciocine claramente e comunique idéias matemáticas, reconheça suas aplicações e aborde problemas matemáticos com segurança" (LORENZATO e VILA, 1993, p. 41). Para tanto, o trabalho docente necessita emergir da disciplina Matemática e ser organizado em torno do conteúdo matemático e, por conseguinte, se faz necessário uma fundamentação teórica e metodológica.

Sendo assim, a partir de 2003, a SEED deflagrou um processo de discussão coletiva com professores que atuam em salas de aula, nos diferentes níveis e modalidades de ensino, com educadores dos Núcleos Regionais e das equipes pedagógicas da Secretaria de Estado da Educação. O resultado desse longo trabalho conjunto passa a constituir estas Diretrizes Curriculares, as quais resgatam importantes considerações teórico-metodológicas para o ensino da Matemática.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

As discussões entre educadores matemáticos do início do século XX procuravam trazer para a educação escolar um ensino da Matemática diferente daquele proveniente das engenharias que prescrevia métodos puramente sintéticos, pautados no rigor das demonstrações. Surgiram, então, proposições para um ensino da Matemática baseado nas explorações indutivas e intuitivas, o que configurou o campo de estudo da Educação Matemática (SCHUBRING, 2003).

Embora as discussões sobre a Educação Matemática remontem ao final do século XIX e início do século XX, no Brasil, as produções nesta área começaram a se multiplicar com o declínio do Movimento da Matemática Moderna, mais precisamente a partir da década de 1970.

A Educação Matemática é uma área que engloba inúmeros saberes, onde apenas o conhecimento da Matemática e a experiência de magistério não são considerados suficientes para atuação profissional (LORENZATO & FIORENTINI, 2001), pois envolve o estudo dos fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática (PITOMBEIRA, 1991).

Assim, embora o objeto de estudo da Educação Matemática ainda esteja em construção, está centrado na prática pedagógica e engloba as relações entre *o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático* (Fiorentini, 2006), e envolve o estudo de processos que investigam como o estudante compreende e se apropria da própria Matemática "concebida como um conjunto de resultados, métodos, procedimentos, algoritmos etc." (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 70). Investiga, também, como o aluno, por intermédio do conhecimento matemático, desenvolve valores e atitudes de natureza diversa, visando a sua formação integral como cidadão. Aborda o conhecimento matemático sob uma visão histórica, de modo que os conceitos são apresentados, discutidos, construídos e reconstruídos, influenciando na formação do pensamento do aluno.

A efetivação desta proposta requer um professor interessado em desenvolver-se intelectual e profissionalmente e em refletir sobre sua prática para tornar-se um educador matemático e um pesquisador em contínua formação. Interessa-lhe, portanto, analisar criticamente os pressupostos ou as idéias centrais que articulam a pesquisa ao currículo, a fim de potencializar meios para superar desafios pedagógicos.

Nesse encaminhamento, é importante que o professor reflita sobre a sua concepção de matemática enquanto campo de conhecimento levando em consideração dois aspectos:

- pode-se conceber a Matemática tal como ela vem exposta na maioria dos livros didáticos, como algo pronto e acabado, em que os capítulos se encadeiam de forma linear, seqüencial e sem contradições;
- pode-se acompanhar a Matemática em seu desenvolvimento progressivo de elaboração, de modo a descobrir-se suas hesitações, dúvidas, contradições, as quais um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições no fazer matemático. Isto é, sempre haverá novos problemas por resolver. (CARAÇA, 2002, p. xxiii).

Nessa ação reflexiva, abre-se espaço para um discurso matemático voltado tanto para aspectos cognitivos como para a relevância social do ensino da Matemática. Isso implica olhar a Matemática tanto do ponto de vista do seu fazer e do seu pensar e da sua construção histórica, quanto do ensinar e do aprender Matemática, buscando compreendê-los (MEDEIROS, 1987).

Nessas Diretrizes assume-se a Educação Matemática como campo de estudos que possibilita ao professor balizar sua ação docente, fundamentado numa ação crítica que conceba a Matemática como atividade humana em construção.

Pela Educação Matemática, almeja-se um ensino que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de idéias. Aprende-se Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas, para que, a partir dela, o homem amplie seu conhecimento e, por conseguinte, contribua para o desenvolvimento da sociedade.

Cabe ao professor a sistematização dos conteúdos matemáticos que emergem das aplicações, superando uma perspectiva utilitarista, sem perder o caráter científico da disciplina e do conteúdo matemático. Ir além do senso comum pressupõe conhecer a teoria científica, cujo papel é oferecer condições para apropriação dos aspectos que vão além daqueles observados pela aparência da realidade (RAMOS, 2004).

É necessário que o processo pedagógico em Matemática contribua para que o estudante tenha condições de constatar regularidades, generalizações e apropriação de linguagem adequada para descrever e interpretar fenômenos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

Apontar a perspectiva da Educação Matemática para a elaboração destas Diretrizes implica em pensar na transposição didática que regula a ligação entre a Matemática como campo de conhecimento e disciplina escolar.

3 CONTEÚDOS ESTRUTURANTES

Entende-se por *conteúdos estruturantes* os conhecimentos de grande amplitude, os conceitos e as práticas que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a sua compreensão. Constituem-se historicamente e são legitimados nas relações sociais.

A seleção dos conteúdos estruturantes apresentada nestas Diretrizes Curriculares é resultado de discussões com os professores da Rede Pública Estadual de Ensino, com base em suas práticas pedagógicas e na análise histórica da matemática como campo de conhecimento e como disciplina escolar.

Os conteúdos estruturantes propostos nestas Diretrizes Curriculares para a Educação Básica da Rede Pública Estadual, são:

- Números e Álgebra
- Grandezas e Medidas
- Geometrias
- Funções
- Tratamento da informação

3.1 NÚMEROS E ÁLGEBRA

Para o Ensino Fundamental, o conteúdo estruturante *Números e Álgebra* se desdobra nos seguintes conteúdos:

- conjuntos numéricos e operações
- equações e inequações
- polinômios
- proporcionalidade

Para o Ensino Médio, o conteúdo estruturante *Números e Álgebra* se desdobra nos seguintes conteúdos:

- números reais
- números complexos

- sistemas lineares
- matrizes e determinantes
- equações e inequações exponenciais, logarítmicas e modulares
- polinômios

Desde tempos antigos, os conhecimentos matemáticos eram baseados nas necessidades cotidianas do homem, entre elas a elaboração de calendários, a administração das colheitas, a organização de obras públicas e a cobrança de impostos. Por isso o conhecimento matemático se voltou para a aritmética prática e a medição.

Os *números* estão presentes na vida do homem desde tempos “remotos como os do começo da idade da pedra, o paleolítico” (STRUIK, 1997, p. 29). A passagem do estágio de coleta para a produção de alimentos, por meio da atividade agrícola, foi uma transformação fundamental, que gerou progressos acerca do conhecimento de valores numéricos e de relações espaciais.

O advento da agricultura teve por conseqüência a criação de novos modos de vida. O homem passou a fixar moradia nos lugares de terra fértil e, gradualmente, desenvolveu ofícios como a cerâmica, a carpintaria e a tecelagem. A partir de então, passou a desenvolver, também, um senso de contagem expresso em registros numéricos por agrupamentos, entalhes em paus, nós em cordas, seixos ou conchas em grupos. Esses métodos favoreceram o surgimento de símbolos especiais, tanto para a contagem quanto para a escrita.

Essas idéias de contagem evoluíram, de modo que outros povos adotaram conceitos e criaram seus sistemas de numeração. Entre eles, estavam os sumérios, os babilônios, egípcios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, indianos e árabes.

O atual sistema de numeração, formado pelos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, iniciou com os números 1 e 2, quando o homem percebeu “diferenças nítidas entre a unidade, o par e a pluralidade” (IFRAH, 1994, p. 17). Na medida em que ampliou seu conhecimento e se deparou com a complexidade de problemas, criou os demais algarismos. Ocorreram avanços na sua sistematização e hoje há diferentes formas de ler os números, organizados nos seguintes conjuntos numéricos: *naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais* e *complexos*. O atual sistema de numeração, denominado indo-arábico, configurou-se conforme a integração entre povos do ocidente e do oriente, sobretudo em atividades comerciais do século XIII.

No entanto, a ciência Matemática não se resumiu à aplicação prática, também se desenvolveu por tendências relacionadas ao pensamento abstrato. Assim, a aritmética ganhou novas configurações, de modo que, gradualmente, a ciência Matemática passou a ter um ramo denominado *álgebra*. A história da Matemática registra, entre os babilônios, cerca de 2000 a.C., a existência de uma "aritmética transformada numa álgebra bem estabelecida" (STRUIK, 1997, p. 58), proveniente do uso de escritas que se manifestavam vinculadas à conceitos expressos por meio de ideogramas.

A *álgebra* é um campo do conhecimento matemático que se formou sob contribuições de diversas culturas. Pode-se mencionar a álgebra egípcia, babilônica, grega, chinesa, hindu, arábica e da cultura européia renascentista. Cada uma evidenciou elementos característicos que expressam o pensamento algébrico de cada cultura. Com Diofanto, no século III d.C., fez-se o primeiro uso sistemático de símbolos algébricos. Tal sistematização foi significativa, pois estabeleceu uma notação algébrica bem desenvolvida para resolver problemas mais complexos, antes não abordados.

A partir do século VII, com a chegada dos árabes à Europa, houve novo avanço acerca do conhecimento algébrico, pois surgiram tratados que o ampliaram, até os primeiros tempos da Renascença. Devido a sua significativa aplicação, tal conhecimento foi incorporado à cultura européia e recebeu denominações diversas, como: *álgebra, algèbre,* etc. (CARAÇA, 2002).

As produções matemáticas do século XVII ao XIX procuravam atender às demandas de algumas áreas de atividades humanas, sobretudo as comerciais e as da administração pública. Isso fez com que a álgebra alcançasse um novo estágio de desenvolvimento. Surgiram, então, regras que propiciaram solucionar equações cúbicas e discutir o número de raízes de equações de grau maior que três. Também, usou-se pela primeira vez os números imaginários na tentativa de encontrar raízes quadradas de números negativos, nascendo, assim, a teoria das equações algébricas.

A álgebra e os números passam a fazer parte do conhecimento escolar, sendo que no cenário educacional brasileiro seu ensino foi influenciado pelas produções didáticas européias do século XVIII, na forma de aulas avulsas em matérias denominadas Aritmética e Álgebra.

Quanto às expectativas de ensino e de aprendizagem desse conteúdo estruturante espera-se que, no Ensino Fundamental, os alunos compreendam:

- ✓ sistema de numeração decimal e o conceito de notação científica;
- ✓ os conceitos da adição, da subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números pertencentes aos conjuntos dos naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais e suas propriedades;
- ✓ o conceito de razão e proporção, de regra de três, porcentagem, frações e dos números decimais e as suas operações.

Nesse mesmo nível de ensino é necessário ainda que haja articulação entre a álgebra e os números, de modo que o aluno:

- ✓ compreenda o conceito de incógnita;
- ✓ realize a escrita de uma situação problema na linguagem matemática;
- ✓ reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações;
- ✓ diferencie e realize operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios; equações quadradas, biquadradas e irracionais.

No Ensino Médio há necessidade de aprofundar o estudo dos números, de modo a ampliar o conhecimento e domínio deste conteúdo para que o aluno:

- ✓ compreenda os números complexos e suas operações;
- ✓ conceitue e interprete Matrizes e suas operações;
- ✓ conheça e domine o conceito e as soluções de problemas que se realizam por meio de determinante;
- ✓ identifique e realize operações com polinômios;
- ✓ identifique e resolva equações, sistemas de equações e inequações - inclusive as exponenciais, logarítmicas e modulares.

O conceito de álgebra é muito abrangente e possui uma linguagem permeada por convenções diversas de modo que o conhecimento algébrico não pode ser concebido pela simples manipulação dos conteúdos abordados isoladamente. Defende-se uma abordagem pedagógica que os articule, na qual os conceitos se complementem e tragam significado aos conteúdos abordados.

Historicamente o ensino da álgebra foi intermediado por um caráter mecânico e automatizado, com ênfase na memorização e na manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões em detrimento de ações significativas (FIORENTINI et al. 1992, p,85).

Em contraponto a esta concepção, é preciso, na Educação Básica, estabelecer uma relação intrínseca entre pensamento e linguagem. A linguagem é entendida como expressão do pensamento e trabalhar com a *álgebra* é estabelecer, nas relações entre os desdobramentos possíveis, o pensamento algébrico como linguagem. “Pensar algebricamente é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades) e, com base nisso, transformar as expressões obtidas” (LINS, 1997, p. 151).

Da mesma forma, a abordagem dos números pode se tornar muito interessante, a depender da condução do processo pedagógico. Os números são

> objetos abstratos, que aplicamos aos objetos concretos com os quais queremos lidar. A partir daí produz-se um conjunto de princípios que definem número (...) esses princípios definidores podem basear-se em conjuntos ou num princípio de construção por sucessores (LINS, 1997, p. 24-25).

Deve-se compreender que os números estão inseridos em contextos articulados com os demais conteúdos da Matemática. Os números se encontram nas abstrações oriundas não só do conteúdo estruturante *Números e Álgebra,* como também, *das geometrias, das funções, do tratamento da informação, das grandezas* e medidas.

Na Educação Básica, no contexto da educação matemática, é necessário que os *Números e a Álgebra* sejam compreendidos de forma ampla, para que se analisem e descrevam relações em vários contextos onde situam as abordagens matemáticas, explorando os significados que possam ser produzidos a partir destes conteúdos.

3.2 GRANDEZAS E MEDIDAS

Para o Ensino Fundamental, o conteúdo estruturante *Grandezas e Medidas* engloba os seguintes conteúdos:

- sistema monetário
- medidas de comprimento
- medidas de massa
- medidas de tempo
- medidas derivadas: áreas e volumes
- medidas de ângulos
- medidas de temperatura
- medidas de velocidade
- trigonometria: relações métricas no triângulo retângulo e relações trigonométricas nos triângulos

Para o Ensino Médio, o conteúdo estruturante *Grandezas e Medidas* aprofunda e amplia os conteúdos do Ensino Fundamental:

- medidas de massa
- medidas derivadas: área e volume
- medidas de informática
- medidas de energia
- medidas de grandezas vetoriais
- trigonometria: relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo e a trigonometria na circunferência

O homem no decorrer da história se deparou com noções de maior e menor, de antes e depois e com isso passou a realizar comparações entre espaços e entre períodos de tempo, necessitando estabelecer valores qualitativos e quantitativos, ou seja, para que pudesse ter uma visão da realidade, o ser humano precisou medir e criar instrumentos de medida. “A ação de medir é uma faculdade inerente ao homem, faz parte de seus atributos de inteligência" (SILVA, 2004, p. 35). Para Machado "a necessidade de medir é quase tão antiga quanto a necessidade de contar" (2000, p. 8).

Desde as primeiras civilizações, as medidas se tornaram a linguagem fundamental à realização dos negócios no mundo do comércio. Elas podem ser consideradas um dos principais fatores que sustentaram e fortaleceram as sociedades pelas relações estabelecidas por meio das compras e vendas, pela criação dos padrões que mensuram a produção e pelo suporte dimensional para as ciências e a tecnologia (SILVA, 2004). A Matemática é a linguagem das grandezas, e esta por sua vez, implica na noção de medida (HOGBEN, 1950).

Para se chegar ao sistema de medidas tal como se conhece hoje, muitas sociedades criaram seus próprios sistemas, denominados de sistemas pré-métricos.

Com o passar do tempo, verificou-se a necessidade de padronizar os sistemas de medidas devido à intensificação das relações sociais e econômicas, isto é, da expansão do comércio e o surgimento do mercantilismo. Muitas foram as tentativas, bem como muitas pessoas de vários países dedicaram estudos para conquistar tal unificação e chegar a um sistema métrico padrão.

Uma proposta de unificação de pesos e medidas foi votada pela Assembléia da França, em 1790. Após tal consenso, as medidas tornaram-se padronizadas. Esse sistema adotou inicialmente, três unidades básicas de medida: o metro, o litro e o quilograma. O Brasil adotou o sistema métrico em 1872. Após esse período, ocorreram algumas alterações em relação aos elementos usados para definir algumas medidas, entre elas a de comprimento e a de tempo até chegar às unidades de base do Sistema Internacional de Unidades – SI.

Já o conhecimento sobre o sistema monetário é necessário para que o aluno da Educação Básica tenha condições de estabelecer relações entre o conjunto de moedas legais em circulação em diferentes países. Entretanto, prima-se que o aluno conheça, primeiro, o sistema monetário do país onde vive. Manejar o sistema monetário é inteirar-se das situações que mensuram o valor das mercadorias, possibilidade para discutiir o valor do trabalho e meio para entender decisões de ordem econômica do país.

Quanto à informática, não se pode negar a sua presença no campo educacional, materializada pelo computador. Termos como bit, bytes, kilobytes, megabytes, gigabytes ou terabytes, medidas que representam a capacidade de armazenamento temporário ou permanente de um computador, passam a fazer parte da linguagem do aluno. É necessário, então abordá-los nas aulas de Matemática, pois contribui para compreensão de significados matemáticos e o conhecimento sobre esta tecnologia.

Com a Trigonometria integrando o conteúdo estruturante *Grandezas e Medidas*, pretende-se contemplar as relações entre as medidas dos lados e as dos ângulos de um triângulo, relações essas desenvolvidas a partir da necessidade do homem de determinar, por exemplo, distâncias inacessíveis (a altura das pirâmides, distância entre os astros, largura de rios, etc).

Na Educação Básica, as *Grandezas e Medidas* devem se abordadas no contexto dos demais conteúdos matemáticos, configurando-se como conteúdo estruturante que possui fundamental importância, pois favorece o diálogo entre as pessoas, entre os Estados, entre os diferentes países e entre as instituições internacionais.

3.3 GEOMETRIAS

Para o Ensino Fundamental e Médio, o conteúdo estruturante *geometrias* se desdobra nos seguintes conteúdos:

- geometria plana
- geometria espacial
- geometria analítica
- noções básicas de geometrias não-euclidianas

As idéias geométricas abstraídas das formas da natureza que aparecem tanto na vida inanimada como na vida orgânica e nos objetos produzidos pelas diversas culturas, influenciaram muito o desenvolvimento humano. Em torno dos anos 300 a.C., Euclides sistematizou o conhecimento geométrico, na obra já citada *Elementos*. Seus registros formalizaram o conhecimento geométrico da época e deram cientificidade à Matemática. Nessa obra, o conhecimento geométrico é organizado com coesão lógica e concisão de forma, constituindo a Geometria Euclidiana e que engloba tanto a *geometria plana* quanto a *espacial.*

Pela maneira como são postas suas bases e pelo rigor das demonstrações, a geometria euclidiana se caracteriza como modelo lógico para as outras ciências físicas. A obra de Euclides tem uma importância excepcional na história da Matemática e exerce influência até os dias atuais, inclusive no âmbito escolar.

Na primeira metade do século XVII, o conhecimento geométrico recebeu nova abordagem com a *geometria analítica* que inseriu uma dinâmica diferente à Matemática. A Europa vivia uma transição política e econômica e o modo de produção capitalista, emergente, requeria das ciências novos conhecimentos. Buscavam-se conhecimentos mais avançados no campo da astronomia e da mecânica. Era preciso que a Matemática resolvesse cálculos como, por exemplo, de distância entre pontos, coordenadas de ponto que divide um segmento conforme uma razão dada, determinação de pontos de intersecção de curvas, discussão de curvas, etc. (ALEKSANDROV, 1976, p. 225). Por meio da geometria analítica, tais problemas eram solucionados.

O conhecimento geométrico ganhou mais uma face no final do século XVIII e início do século XIX, com os estudos de Bolyai, Lobachevsky, Riemann e Gauss. Surgiam as *geometrias não-euclidianas*, que trouxeram uma nova maneira de ver e conceber o conhecimento geométrico, considerando

> a importância revolucionária da descoberta da geometria não-euclidiana reside no fato que ela destruiu a noção dos axiomas de Euclides como esquema matemático imutável dentro do qual nosso conhecimento experimental da realidade física deveria se ajustar (COURANT & ROBBINS 2000, p. 272).

Muitos problemas do cotidiano e do mundo científico só são resolvidos pela pelas *geometrias não-euclidianas*. Um exemplo são os estudos que resultaram na *teoria da relatividade,* em que a geometria do espaço, usada por Albert Einstein, foi uma *geometria elíptica não-euclidiana*, de modo que conceitos, como "a luz se propaga ao longo de geodésias[2] e a curvatura do espaço é determinada pela natureza da matéria que o preenche" (COURANT & ROBBINS, 2000, p. 276), foram fundamentais.

Percebe-se que o êxito das investigações na Física, do qual resultou a teoria da relatividade, partiu de conceitos das geometrias não-euclidianas.

O conteúdo estruturante *Geometrias*, no Ensino Fundamental, tem o espaço

---

[2] Geodésia, na Matemática significa medir e calcular acima de superfícies curvas utilizando métodos semelhantes aos usados sobre a superfície curva da terra.

como referência, de modo que o aluno consiga analisá-lo e perceber seus objetos para, então, representá-lo. Neste nível de ensino o aluno deve compreender:

- ✓ os conceitos da geometria plana: ponto, reta e plano; paralelismo e perpendicularismo; estrutura e dimensões das figuras geométricas planas e seus elementos fundamentais; cálculos geométricos: perímetro e área, diferentes unidades de medidas e suas conversões; representação cartesiana e confecção de gráficos;
- ✓ geometria espacial: conhecer a nomenclatura, estrutura e dimensões dos sólidos geométricos e cálculos de medida de arestas, área das faces, área total e volume de prismas retangulares (paralelepípedo e cubo) e prismas triangulares (base triângulo retângulo), incluindo conversões;
- ✓ geometria analítica: noções de geometria analítica utilizando o sistema cartesiano;
- ✓ noções de geometrias não-euclidianas: geometria projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte); geometria topológica (conceitos de interior, exterior, fronteira, vizinhança, conexidade, curvas e conjuntos abertos e fechados) e noção de geometria dos fractais.

No Ensino Médio deve-se garantir ao aluno o aprofundamento dos conceitos da geometria plana e espacial em um nível de abstração mais complexo. Nesse nível de ensino que os alunos realizam análises dos elementos que estruturam a geometria euclidiana, através da representação algébrica, ou seja, a geometria analítica plana. Neste caso, é imprescindível o estudo das distâncias entre pontos, retas e circunferências; equações da reta, do plano e da circunferência; cálculos de área de figuras geométricas no plano e estudo de posições.

Assim, é necessário demonstrações das fórmulas matemáticas e teoremas, conhecer e aplicar as regras e convenções matemáticas, tanto no estudo da Geometria de Posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de volume de sólidos geométricos, em especial de prismas, pirâmides (tetraedro), cilindro, cone e esfera.

Também no Ensino Médio se aprofunda os estudos das Noções de Geometrias não-euclidianas ao abordar a Geometria dos Fractais, Geometria Hiperbólica e Elíptica. Na geometria dos Fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski. Para abordar os conceitos elementares da Geometria Hiperbólica uma possibilidade é através do postulado de Lobachevsky (partindo do conceito de pseudo-esfera, pontos ideais, triângulo hiperbólico e a soma de seus ângulos internos). Já na apresentação da Geometria Elíptica, fundamentá-la através do seu desenvolvimento histórico e abordar: postulado de Riemann; curva na superfície esférica e discutir o conceito de geodésia; círculos máximos e círculos menores; distância na superfície esférica; ângulo esférico; triângulo esférico e a soma das medidas de seus ângulos internos; classificação dos triângulos esféricos quanto a medida dos lados e dos ângulos; os conceitos referentes à superfície da Terra: pólos, equador, meridianos, paralelos e as direções de movimento.

As abordagens das Geometrias Fractal, Hiperbólica e Elíptica não se encerram, unicamente, nos conteúdos aqui elencados. Desde que explore conceitos básicos, o professor tem a liberdade de investigar e realizar outras abordagens.

Os conceitos destes conteúdos são fundamentais para que o aluno do Ensino Médio amplie seu conhecimento e pensamento geométrico.

Na Educação Básica, a Educação Matemática valoriza os conhecimentos geométricos, que não devem ser rigidamente separados da aritmética e da álgebra. A geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica da Matemática. Interliga-se com a aritmética e com a álgebra "porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela geometria, que realiza a tradução para o aprendiz" (LORENZATO, 1995, p. 7).

Entende-se que a valorização de definições, as abordagens de enunciados e as demonstrações de seus resultados são inerentes ao conhecimento geométrico. No entanto, tais práticas devem favorecer a compreensão do objeto e não reduzir-se apenas às demonstrações geométricas em seus aspectos formais.

3.4 FUNÇÕES

Para o Ensino Fundamental, o conteúdo estruturante *Funções* engloba os seguintes conteúdos:

- função afim
- função quadrática

Para o Ensino Médio, o conteúdo estruturante *Funções* engloba os seguintes conteúdos:

- função afim
- função quadrática
- função polinomial
- função exponencial
- função logarítmica
- função trigonométrica
- função modular
- progressão aritmética
- progressão geométrica

Como conteúdo da Matemática, as *funções* tiveram diversos conceitos, nem todos abordados em sala de aula. Na Antigüidade, funções eram:

> o estudo de casos de dependência entre duas quantidades que não isolava as noções de variáveis e de função. Na Idade Média, [...] as noções eram expressas sob uma forma geométrica e mecânica, mas que prevaleciam, em cada caso concreto, as descrições verbais ou gráficas (YOUSCHKEVITCH, *apud* ZUFFI, 2001, p. 11).

Na Idade Moderna, o aprimoramento dos instrumentos de medida inspirou matemáticos a estudarem as noções de funções pela experiência e observação, o que contribuiu para a evolução do conceito. Desenvolveram-se, então, o tratamento quantitativo, as equações em x e y no tratamento das relações de dependência, as noções de curva nos movimentos e fenômenos mecânicos, as taxas de mudança de quantidade, as imagens geométricas e a linguagem simbólica.

No período de sua sistematização, ocorreram as primeiras aproximações do conceito de função com a álgebra, quando a função passou a ser expressa por notação algébrica (ZUFFI, 2001). Assim, o conceito de funções passou a ter maior abrangência. Avançou aos campos do *cálculo diferencial* e da *análise matemática*, o que contribuiu para o estudo de cálculos que envolvem a noção de infinito, fundamental para o desenvolvimento da teoria das funções complexas.

O conteúdo de funções simbolizou os primeiros sinais de modernização do ensino de Matemática. No primeiro encontro de professores ocorrido em 1864, na atual Alemanha, já se discutia o caráter estático da Matemática originado das engenharias e considerava-se que o conteúdo de Funções poderia inserir mais dinamicidade no ensino da Matemática.

De 1880 a 1959, a idéia de que o conceito de função deveria estar contemplado no currículo de Matemática foi amplamente debatida porque permite “estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre as expressões analíticas e os lugares geométricos (conjunto de todos os pontos que gozam de uma mesma propriedade)”. (CARAÇA, 2002, p. 130-131)

Na Educação Básica o aluno deve compreender que as funções estão presentes nas diversas áreas do conhecimento e modelam matematicamente situações que, pela resolução de problemas, auxiliam o homem em suas atividades. As Funções devem ser vistas como construção histórica e dinâmica, capaz de provocar mobilidade às explorações matemáticas, por conta da variabilidade e da possibilidade de análise do seu objeto de estudo e por sua atuação em outros conteúdos específicos da Matemática. Tal mobilidade oferece ao aluno a noção analítica de leitura do objeto matemático.

No Ensino Fundamental, na abordagem do conteúdo estruturante *funções,* é necessário que o aluno elabore o conhecimento da relação de dependência entre duas grandezas. É preciso que compreenda a estreita relação das funções com a Álgebra, o que permite a solução de problemas que envolvem números não conhecidos.

O aluno do Ensino Fundamental deve conhecer as relações entre variável independente e dependente, os valores numéricos de uma função, a representação gráfica das funções afim e quadrática, perceber a diferença entre função crescente e decrescente. Uma maneira de favorecer a construção de tais conhecimentos é a utilização de situações-problema.

As abordagens do conteúdo f*unções* no Ensino Médio devem ser ampliadas e aprofundadas de modo que o aluno consiga identificar regularidades, estabelecer generalizações e apropriar-se de linguagem matemática para descrever e interpretar fenômenos ligados à Matemática e a outras áreas do conhecimento. O estudo das Funções ganha relevância na leitura e interpretação da linguagem gráfica que favorece a compreensão do significado das variações das grandezas envolvidas.

3.5 TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Para o Ensino Fundamental, o conteúdo estruturante *tratamento da informação* se engloba os seguintes conteúdos:

- noções de probabilidade
- estatística
- matemática financeira
- noções de análise combinatória

Para o Ensino Médio, o conteúdo estruturante *tratamento da informação* se desdobra nos seguintes conteúdos:

- análise combinatória
- binômio de Newton
- estatística
- probabilidade
- matemática financeira

Pode-se dizer que a Estatística se iniciou no século XVII em estudos sobre as taxas de mortalidade, os quais serviram aos governos para coletar informações relativas a número de nascimentos, casamentos e dados sobre migração, entre outras. A Estatística, então, tornou-se um conteúdo matemático importante ao ter seus conceitos aplicados em vários campos do conhecimento. Entre eles destacam-se: as Ciências Sociais, a Genética e a Psicologia. Pela necessidade de quantificar os dados coletados nas pesquisas, a aplicabilidade de métodos estatísticos se tornou essencial. Como resultado, novos conceitos como os de correlação e regressão foram introduzidos na Matemática.

Os primeiros estudos sobre estatística contribuíram para a abordagem de questões que envolvem a probabilidade de ocorrência de eventos. Soma-se a isso o interesse pelos jogos e a organização de companhias de seguros. Assim, surgiram as sistematizações sobre a *teoria das probabilidades* (RONAM, 1983).

Nesse período, Blaise Pascal escreveu seu tratado sobre o triângulo aritmético, formado por coeficientes binomiais. As descobertas de Pascal foram úteis para desenvolver cálculos probabilísticos.

Outra importante pesquisa para a Matemática foi a das séries infinitas de Isaac Newton que o levou a outras investigações, resultando na criação das séries binomiais.

Estudos desenvolvidos por Leibniz, para encontrar um método pelo qual se pudesse abstrair conhecimentos para compreender o universo, conduziram a produção de novos conhecimentos matemáticos, tais como as *permutações* e *combinações*, constituindo a *análise combinatória* (STRUIK, 1997, p. 181).

O *tratamento da informação* é um conteúdo estruturante que contribui para o desenvolvimento de condições de leitura crítica dos fatos ocorridos na sociedade e para interpretação de tabelas e gráficos que, de modo geral, são usados para apresentar ou descrever informações.

Na Educação Básica, propõe-se que o trabalho com Estatística se faça por meio de um processo investigativo, pelo qual o estudante manuseie dados desde sua coleta até os cálculos finais. "É o estudante que busca, seleciona, faz conjecturas, analisa e interpreta as informações para, em seguida, apresentá-las para o grupo, sua classe ou sua comunidade" (WODEWOTZKI e JACOBINI, 2004, p. 233).

Os conceitos estatísticos devem servir de aporte aos conceitos de outros conteúdos, com os quais sejam estabelecidos vínculos para quantificar, qualificar, selecionar, analisar e contextualizar informações, de maneira que sejam incorporadas às experiências do cotidiano.

Ao final do Ensino Fundamental é importante o aluno conhecer fundamentos básicos de Matemática que permitam ler e interpretar tabelas e gráficos, conhecer dados estatísticos, conhecer a ocorrência de eventos em um universo de possibilidades, cálculos de porcentagem e juros simples. Por isso, é necessário que o aluno colete dados, organize-os em tabelas segundo o conceito de freqüência e avance para as contagens, os cálculos de média, freqüência relativa, freqüência acumulada, mediana e moda. Da mesma forma é necessário o aluno compreender o conceito de eventos, universo de possibilidades e os cálculos dos eventos sobre as possibilidades. A partir dos cálculos, deve ler e interpretá-los, explorando assim, os significados criados a partir dos mesmos.

No Ensino Médio, o conhecimento denominado *tratamento da informação* é um meio para resolver problemas que exigem análise e interpretação. Trata de problemas de contagem que exigem cálculos elaborados e engloba uma grande variedade de técnicas de resolução, tal como a *análise combinatória*, que abrange *arranjos*, *permutações* e *combinações*.

É importante que o aluno do Ensino Médio compreenda a Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e sua influência nas decisões de ordem pessoal e social. Tal importância relaciona-se ao trato com dívidas, com crediários, à interpretação de descontos, à compreensão dos reajustes salariais, à escolha de aplicações financeiras, entre outras.

Para o trabalho com o conteúdo estruturante *Tratamento da Informação* o aluno do Ensino Médio deve dominar os conceitos do conteúdo *Binômio de Newton,* pré-requisito também para a compreensão do conjunto de articulações que se estabelecem entre *análise combinatória, estatística* e *probabilidade*.

As propriedades do Binômio de Newton são ricas em agrupamentos, disposição de coeficientes em linhas e colunas e idéia de conjuntos e subconjuntos. Tanto o *teorema das colunas* como o *teorema das diagonais* trazem implícito o argumento binomial e o argumento combinatório, o que possibilita articular esses conceitos com os presentes em outros conteúdos. No cálculo de probabilidades, por exemplo, usa-se distribuição binomial quando o experimento constitui uma seqüência de ensaios ou tentativas independentes.

Os conteúdos de *estatística* e *probabilidade*, no Ensino Médio, devem estar interrelacionados de modo que o estudante perceba as vinculações entre os mesmos, possibilitando a solução de problemas. (LOPES & FERREIRA, 2004, p. 2). A integração da *probabilidade* com a *estatística* possibilita "um ensino com características interdisciplinares", de modo a oferecer ao estudante conhecimentos menos fragmentados por meio de experiências que propiciem observações e conclusões, contribuindo para a formação do pensamento matemático.

Essa formação permite observar, por exemplo, que medidas estatísticas – distribuição de freqüências, medidas de posições, dispersão, assimetria e curtose – não são fatos encerrados em si. Pela manifestação e/ou ocorrência das ações e relações humanas, num dado *espaço-tempo*, o estudo da probabilidade permite diferentes olhares sobre o mundo, o que leva a uma leitura diferenciada daquela de determinismo e exatidão que, em geral, encontra-se na disciplina de Matemática.

Os Conteúdos Estruturantes propostos nas Diretrizes Curriculares de Matemática devem estar presentes em todas as séries da Educação Básica. Tais conteúdos orientam o professor na sua prática docente de forma que um conteúdo estruturante pode estar mais presente em uma série do que em outra.

Os conteúdos devem ser apresentados de modo que um determinado conteúdo seja abordado sob o contexto de outro. Assim, os conteúdos estruturantes transitam entre si através destas articulações, contribuindo para um ensino de Matemática em que os conceitos se articulam, intercomunicam e se complementam.

4 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Os conteúdos estruturantes se articulam entre si e com os conteúdos específicos em relações de interdependências que enriquecem o processo pedagógico. Nestas diretrizes propõe-se abandonar abordagens fragmentadas, como se os conteúdos de ensino existissem em patamares distintos e sem vínculos, afinal, “(...) o significado curricular de cada disciplina não pode resultar de apreciação isolada de seus conteúdos, mas sim do modo como se articulam” (MACHADO, 1993, p. 28).

Os procedimentos metodológicos recomendados devem propiciar a apropriação de conhecimentos matemáticos que expressem articulações entre os conteúdos específicos do mesmo conteúdo estruturante e entre conteúdos específicos de conteúdos estruturantes diferentes, de forma que suas significações sejam reforçadas, refinadas e intercomunicadas.

No Ensino Fundamental, por exemplo, ao trabalhar os conteúdos de geometria plana, vinculado ao conteúdo estruturante G*eometrias*, o professor pode buscar no conteúdo estruturante N*úmeros e Álgebra*, mais precisamente no conteúdo específico *equações*, elementos para abordá-los.

De outra forma, para explorar os conceitos de escalas, do conteúdo específico *proporcionalidade,* pode-se articulá-lo a outro conteúdo específico, g*eometria plana* e introduzir a idéia de razão e proporção ao realizar atividades de ampliação e redução de figuras geométricas.

Para o conteúdo específico *estatística*, os conceitos da álgebra também são básicos e possibilitam explorar os números decimais e fracionários presentes nas informações das pesquisas estatísticas.

No Ensino Médio, no estudo dos conteúdos *função afim* e *progressão aritmética*, ambos vinculados ao conteúdo estruturante *Funções*, o professor pode buscar na matemática financeira, mais precisamente nos conceitos de juros simples, elementos para abordá-los. Os conteúdos *função exponencial* e *progressão geométrica* podem ser trabalhados articulados aos juros compostos.

Assim, os conteúdos específicos articulam-se entre si e os conteúdos estruturantes transitam em outros conteúdos estruturantes, de modo que nenhum deles deve ser abordado isoladamente.

Os conteúdos propostos nestas diretrizes devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente, das quais destacamos:

- resolução de problemas;
- modelagem matemática;
- uso de mídias tecnológicas;
- etnomatemática;
- história da Matemática;
- Investigações matemáticas.

A seguir, considerações sobre as tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática, as quais têm grau de importância similar entre si e complementam-se umas às outras.

4.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um dos desafios do ensino da Matemática é a abordagem de conteúdos para a resolução de problemas. Trata-se de uma metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta.

O professor deve fazer uso de práticas metodológicas para a resolução de problemas, por isso torna as aulas mais dinâmicas e não restringe o ensino de Matemática a modelos clássicos, como exposição oral e resolução de exercícios. A resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem (SCHOENFELD, 1997).

Resolução de exercícios e resolução de problemas são metodologias diferentes. Enquanto na resolução de exercícios os estudantes dispõem de mecanismos que os levam, de forma imediata, à solução, na resolução de problemas isto não ocorre, pois, muitas vezes, é preciso levantar hipóteses e testá-las. Desta forma, uma mesma situação pode ser um exercício para alguns e um problema para outros, a depender dos seus conhecimentos prévios.

4.2 ETNOMATEMÁTICA

A etnomatemática surgiu em meados da década de 1970, quando Ubiratan D'Ambrósio propôs que os programas educacionais enfatizassem as matemáticas produzidas pelas diferentes culturas. O papel da etnomatemática é reconhecer e registrar questões de relevância social que produzem o conhecimento matemático. Essa tendência leva em consideração que não existe um único, mas vários e distintos conhecimentos e nenhum é menos importante que outro. As manifestações matemáticas são percebidas por meio de diferentes teorias e práticas, das mais diversas áreas que emergem dos ambientes culturais.

Através desta metodologia, busca-se uma organização da sociedade que permite o exercício da crítica e a análise da realidade. É uma importante fonte de investigação da Educação Matemática, por meio de um ensino que valoriza a história dos estudantes pelo reconhecimento e respeito a suas raízes culturais: “reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes” (D`AMBROSIO, 2001, p.42), considerando aspectos como “memória cultural, códigos, símbolos, mitos e até maneiras específicas de raciocinar e inferir” (id. 1998, p. 18).

Considerando o aspecto cognitivo, saber que o aluno é capaz de reunir situações novas com experiências anteriores, adaptando essas às novas circunstâncias e ampliando seus fazeres e saberes. “Graças a um elaborado sistema de comunicação, as maneiras e modos de lidar com situações vão sendo compartilhadas, transmitidas e difundidas.” (D'AMBROSIO, 2001, p. 32)

O trabalho pedagógico deverá relacionar o conteúdo matemático com essa questão maior – o ambiente do indivíduo e suas manifestações culturais e relações de produção e trabalho.

4.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática tem como pressuposto a problematização de situações do cotidiano. Ao mesmo tempo em que propõe a valorização do aluno no contexto social, procura levantar problemas que sugerem questionamentos sobre situações de vida.

A modelagem matemática é

> um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Essas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia-a-dia; os seus atributos e dados quantitativos existem em determinadas circunstâncias (BARBOSA, 2001, p. 6).

Por meio da modelagem matemática, fenômenos diários, sejam eles físicos, biológicos e sociais, constituem elementos para análises críticas e compreensões diversas de mundo, assim sendo, “a modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas reais com os problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2004, p. 16).

O trabalho pedagógico com a modelagem matemática possibilita a intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica.

Partindo de uma situação prática e seus questionamentos, o aluno poderá entrar modelos matemáticos que respondam essas questões.

> Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT, 2005, p. 12).

O modelo matemático buscado deverá ser compatível com o conhecimento do aluno, sem desconsiderar novas oportunidades de aprendizagem, para que ele possa sofisticar a matemática conhecida a priori.

“A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (id.ibid; p. 13).

4.4 MÍDIAS TECNOLÓGICAS

No contexto da Educação Matemática, os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico. O uso de mídias tem suscitado novas questões, sejam elas em relação ao currículo, à experimentação matemática, às possibilidades do surgimento de novos conceitos e de novas teorias matemáticas (BORBA, 1999). Atividades com lápis e papel ou mesmo quadro e giz, para construir gráficos, por exemplo, se forem feitas com o uso dos computadores, permitem ao estudante ampliar suas possibilidades de observação e investigação, porque algumas etapas formais do processo construtivo são sintetizadas (D'AMBROSIO, 1988).

Os recursos tecnológicos sejam eles o *software*, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, têm favorecido as experimentações matemáticas e potencializado formas de resolução de problemas.

Aplicativos de modelagem e simulação têm auxiliado estudantes e professores a visualizarem, generalizarem e representarem o fazer matemático de uma maneira passível de manipulação, pois permitem construção, interação, trabalho colaborativo, processos de descoberta de forma dinâmica e o confronto entre a teoria e a prática.

As ferramentas tecnológicas são interfaces importantes no desenvolvimento de ações em Educação Matemática. Abordar atividades matemáticas com os recursos tecnológicos enfatiza um aspecto fundamental da disciplina, que é a experimentação. De posse dos recursos tecnológicos, os estudantes argumentam e conjecturam sobre as atividades com as quais se envolvem na experimentação (BORBA E PENTEADO, 2001).

A Internet é um recurso que favorece a formação de comunidades virtuais que, relacionadas entre si, promovem trocas e ganhos de aprendizagem (TAJRA, 2002). Muitas delas, no campo da Matemática, envolvem professores, alunos e outros interessados na área. No Paraná, o site da disciplina de Matemática (http://www.matematica.pr.gov.br), do Portal Dia-a-Dia Educação (http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br) é uma das iniciativas voltadas ao uso desse recurso.

O trabalho com as mídias tecnológicas insere diversas formas de ensinar e aprender e valoriza o processo de produção de conhecimentos.

4.5 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

É importante entender a História da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade.

A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época.

A História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos.

A História deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais. (MIGUEL E MIORIM, 2004).

4.6 INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

A prática pedagógica de investigações matemáticas tem sido recomendada por diversos estudiosos como forma de contribuir para uma melhor compreensão da matemática.

> Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso (PONTE, BROCARDO & OLIVEIRA 2006, p. 9).

As investigações matemáticas (semelhantes às realizadas pelos matemáticos) podem ser desencadeadas a partir da resolução de simples exercícios e se relacionam com a resolução de problemas. O que distingue, então, as investigações matemáticas das resoluções dos exercícios?

Em resumo, um problema é uma questão para a qual o aluno precisa estabelecer uma estratégia heurística, isto é, ele não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido.

Em ambos os casos, todavia, há uma expectativa do professor de que o aluno recorra a conteúdos já desenvolvidos em sala de aula. Além disso, exercícios e problemas são expressos por meio de enunciados que devem ser claros e não dar margem a dúvidas. A solução de ambos e a resposta do aluno, esteja ela certa ou errada, são conhecidas e esperadas pelo professor.

Uma investigação é um problema em aberto e por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser investigado não é explicitado pelo professor, porém o método de investigação deverá ser indicado através, por exemplo, de uma introdução oral, de maneira que o aluno compreenda o significado de investigar. Assim, uma mesma situação apresentada poderá ter objetos de investigação distintos por diferentes grupos de alunos. E mais, se os grupos partirem de pontos de investigação diferentes, com certeza obterão resultados também diferentes.

Na investigação matemática o aluno é chamado a agir como um matemático, não apenas porque é solicitado a propor questões, mas, principalmente, porque formula conjecturas a respeito do que está investigando. Assim, "as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.10).

Como são estabelecidas diferentes conjecturas, os alunos precisam verificar qual é a mais adequada à questão investigada e, para isso, devem realizar provas e refutações, discutindo e argumentando com seus colegas e com o professor. Esse é exatamente o processo de construção da matemática pelos matemáticos e, portanto, o espírito da atividade matemática genuína está presente na sala de aula. Enfim, investigar significa procurar conhecer o que não se sabe, que é o objetivo maior de toda ação pedagógica.

ARTICULANDO AS DIFERENTES TENDÊNCIAS

Nenhuma das tendências apresentadas nestas diretrizes esgota todas as possibilidades para realizar com eficácia o complexo processo de ensinar e aprender

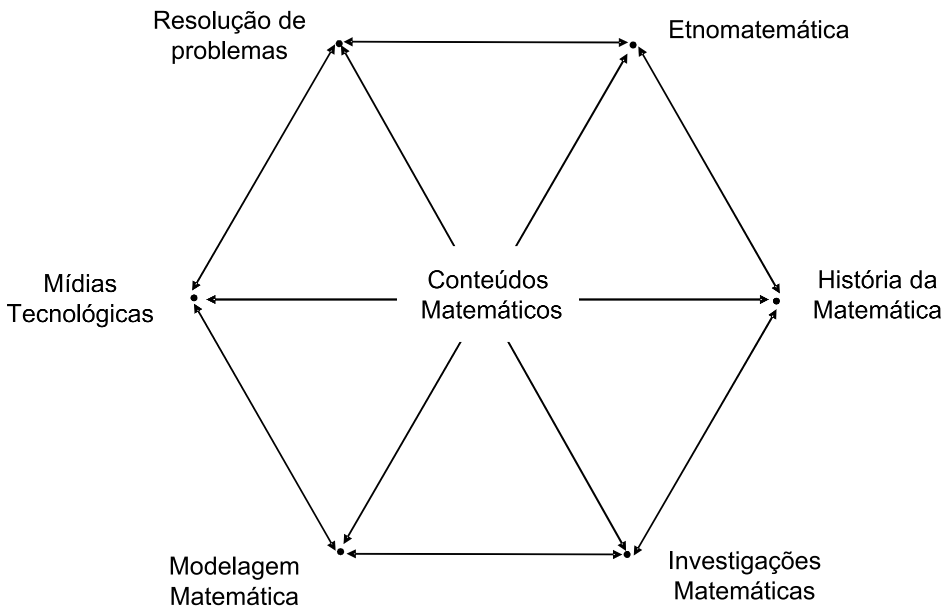
Matemática, por isso, sempre que possível, o ideal é promover a articulação entre elas.

Então, como fazer uma abordagem metodológica para o ensino, por exemplo, do conteúdo estruturante Funções?

Um problema de função quadrática pode ser resolvido com os conhecimentos da História da Matemática, de modo que possibilite ao estudante compreender a evolução do conceito através dos tempos. No processo da resolução, recomenda-se usar uma metodologia que propicie chegar a um modelo matemático. Tendo o modelo matemático sistematizado, parte-se para a solução do problema, cujas alternativas podem ser buscadas na tendência Resolução de Problemas. As Mídias, como softwares com planilhas eletrônicas, possibilitam a solução em um tempo menor do que o necessário mediante uso de caderno e lápis. Assim, têm-se condições de realizar as devidas análises, os debates, as conjecturas e a conclusão de idéias, atitudes intrínsecas da Investigação Matemática.

Uma prática docente investigativa pressupõe a elaboração de problemas que partam da vivência do estudante e, no processo de resolução, transcenda para o conhecimento aceito e validado cientificamente. A fundamentação para tal prática é encontrada na Etnomatemática.

A abordagem dos conteúdos específicos pode, portanto, transitar por todas as tendências da Educação Matemática. A figura a seguir sugere que tais tendências se articulem com enfoque nos conteúdos matemáticos.


Resolução de problemas
Etnomatemática
Mídias Tecnológicas
Conteúdos Matemáticos
História da Matemática
Modelagem Matemática
Investigações Matemáticas

5 AVALIAÇÃO

As pesquisas em Educação Matemática têm permitido a discussão e reflexão sobre a prática docente e o processo de avaliação. Historicamente, as práticas avaliativas têm sido marcadas pela pedagogia do exame em detrimento da pedagogia do ensino e da aprendizagem (LUCKESI, 2002).

Com o objetivo de superar tal prática, considera-se que a avaliação deve se dar ao longo do processo do ensino-aprendizagem, ancorada em encaminhamentos metodológicos que abram espaço para a interpretação e discussão, que considerem a relação do aluno com o conteúdo trabalhado, o significado desse conteúdo e a compreensão alcançada por ele.

Para que isso aconteça, é preciso que haja diálogo entre professor e alunos na tomada de decisões, no estabelecimento dos critérios de avaliação, na definição da função da avaliação e nas posteriores intervenções, quando necessárias.

A função da avaliação é proporcionar aos alunos novas oportunidades para aprender, melhorar e refletir sobre seu próprio trabalho, bem como fornecer dados sobre as dificuldades de cada aluno (ABRANTES, 1994, p. 15).

No processo avaliativo, é necessário que o professor faça uso da observação sistemática para diagnosticar as dificuldades dos alunos e criar oportunidades diversificadas para que possam expressar seu conhecimento. Tais oportunidades devem incluir manifestação escritas, orais e de demonstração, inclusive por meio de ferramentas e equipamentos, tais como materiais manipuláveis, computador e calculadora.

Algumas questões são fundamentais para que o professor elabore uma proposta de práticas avaliativas que indiquem se o aluno:

- ✓ Comunica-se matematicamente, oral ou por escrito (BURIASCO, 2004).
- ✓ Participa coletiva e colaborativamente nos trabalhos realizados em grupos.
- ✓ Compreende, por meio da leitura, o problema matemático.
- ✓ Elabora um plano que possibilite a solução do problema.
- ✓ Encontra meios diversos para a resolução de um problema matemático.
- ✓ Realiza o retrospecto da solução de um problema.

Dessa forma certas atitudes devem ser cultivadas pelo aluno sob a orientação do professor e se caracterizam por:

- ✓ partir de situações-problema internas ou externas à matemática;
- ✓ pesquisar acerca de conhecimentos que possam auxiliar na solução dos problemas;
- ✓ elaborar conjecturas, fazer afirmações sobre elas e testá-las;
- ✓ perseverar na busca de soluções, mesmo diante de dificuldades;
- ✓ sistematizar o conhecimento construído a partir da solução encontrada, generalizando, abstraindo e desvinculando-o de todas as condições particulares;
- ✓ socializar os resultados obtidos, utilizando, para isso, uma linguagem adequada;
- ✓ argumentar a favor ou contra os resultados (NOGUEIRA ; PAVANELLO, 2006, p. 29).

O professor deve considerar as noções que o estudante traz, decorrentes da sua vivência, de modo a relacioná-las com os novos conhecimentos abordados nas aulas de Matemática. Assim, será então possível que as práticas avaliativas finalmente superem a pedagogia do exame para basearem-se numa pedagogia do ensino e da aprendizagem.

6 REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Avaliação e educação matemática. **Série reflexões em educação matemática**. Rio de Janeiro:MEM/USU/GEPEM, 1994.

ALEKSANDROV. A. D. et al. **La matemática:** su contenido, métodos y significado. 2. ed. Madrid: Alianza Editorial, 1976.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática*,* Rio Claro, n.15, p.5-23, 2001.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a geometria fractal para sala de aula**. Belo Horizonte: Autentica, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285-295.

BICUDO, M. A. V.; BORDA, M. C. (Orgs.) **Educação matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN. N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.13-29.

_____. Prefácio do livro Educação Matemática: representação e construção em geometria. In: FAINGUELERNT, E. **Educação Matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRITO, A. J. ; MORAES, L. A obra de Gerolano Saccheri e a história da geometria não-euclidiana. . **Revista Zetetiké.** Campinas, n. 10, p. 105-114. 1998.

BURIASCO, R. L. C. de. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.;JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs.) **Conhecimento local e conhecimento universal**: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e nas artes. Curitiba: Champagnat, 2004.

CAJORI, F. **Uma história da matemática**. Rio de Janeiro: Editora ciência moderna, 2007.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 4.ed. Lisboa: Gradiva, 2002.

COURANT, R. ; ROBBINS, H. **O que é matemática?** Uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

COUTINHO, L. **Convite às geometrias não-euclidianas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2001.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas.** São Paulo: Ática, 1989.

D' AMBRÓSIO, B. Como ensinar matemática hoje? **Temas e debates**. Rio Claro, n. 2, ano II, p. 15 – 19, mar. 1989.

D'AMBRÓSIO, U., BARROS, J. P. D. **Computadores, escola e sociedade.** São Paulo: Scipione, 1988.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática:** arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1998.

______________. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e a história da Matemática. In: BICUDO, M. V.; BORBA, M. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.13-29.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**: **geometria**. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas, SP: UNICAMP, 1995.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké.** Campinas, ano 3, n.4, p. 1-37. 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **O profissional em educação matemática.** Disponível em: <http://sites.unisanta.br/teiadosaber/apostila/matematica> Acesso em: 23 mar.2006.

GALARZA, A. I. R. ; LOERA, G. S. **Invitación a las geometrias no euclidianas**. Cidade do México: Faculdade de Ciências, UNAM, 2003.

GERDES. P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: UFPR, 1992.

IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção**. 7.ed. São Paulo: Globo, 1994.

KALEFF, A. M. ; NASCIMENTO, R. S. Atividades introdutórias às geometrias não-euclidianas: o exemplo da geometria do táxi. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, n. 44, p. 13-42.

KALEFF, A. M. Registros semióticos e obstáculos cognitivos na resolução de problemas introdutórios às geometrias não-euclidianas no âmbito da formação de professores de matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 20, n. 28, p.69-94, 2007.

KASNER, E. ; NEWMAN, J. **Matemática e imaginação: o mundo fabuloso da matemática ao alcance de todos**. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

KNELLER, G. F. **A ciência como uma atividade humana**. São Paulo: Zahar, 1980.

KOSIK. K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

LINS, R. C. **Álgebra**. Revista Nova Escola. ed. 166 outubro de 2003. Disponível em: http://www.novaescola.abril.com.br, acesso em 29 de maio de 2006.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 5. ed. Campinas, SP: Papirus, 2005.

LOPES, A. C**. Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização.** Disponível em: http://www.scielo.br. Acesso em 05 de dez 2007.

LOPES, C. A. E.; FERREIRA, A. C. A estatística e a probabilidade no currículo de matemática da escola básica. In: **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2004, p. 1-30.

LORENZATO. S. Por que não ensinar geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, n. 4, p. 3-12, jan./jun. 1995.

LORENZATO. S. ; VILA, M. C. Século XXI: qual matemática é recomendável? **Revista Zetetiké.** Campinas, ano 1, n. 1, p. 41-49. 1993.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos**. Porto Alegre: Editora Globo, 1950.

MACHADO, N. J. Interdisciplinaridade e Matemática. **Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp - Proposições.** Campinas, n. 1 [10], p. 25-34, mar. 1993.

MACHADO, N. J. **Medindo Comprimentos**. São Paulo: Scipione, 2000.

MARTOS, Z. G. O trabalho pedagógico envolvendo geometrias não-euclidianas no ensino fundamental. **Revista Zetetiké.** Campinas, n.17/18, p. 43-71. 2002.

MATOS, J. C. Professor reflexivo? Apontamentos para o debate. In: GERALDI, Corinta et al. (orgs). **Cartografias do trabalho docente**. Campinas: Mercado de Letras, 1998.

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V. **Educação matemática**. São Paulo: Cortez, 1987. p.13-44.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D. ; MIORIN, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – UNICAMP - Proposições**. Campinas, n. 1 [7], p. 39-54, mar. 1992.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Revista Zetetiké.** Campinas, n. 8, p.73-105, jul./dez. 1997.

MIORIM, M. A. **O ensino de matemática: evolução e modernização**. Campinas, 1995. 218 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

_____. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. **Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná.** Curitiba: SEED/DEPG, 1990.

_____. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. **Reestruturação do ensino de segundo grau no Paraná.** Curitiba: SEED/DEPG, 1993.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**. Campinas, ano 1, n.1, 1993.

PAVANELO, R. M. ; NOGUEIRA, C. M. I. **Avaliação em Matemática: algumas considerações**. Disponível em: www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1275/arquivoAnexado.pdf. Acesso em: 21 jan 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

PONTE, J. P., et al. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento do Ensino Secundário, 1997.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

RAMOS, M. N. **Os contextos no ensino médio e os desafios na construção de conceitos**. (2004)

RIBNIKOV, K. **História de las matemáticas**. Moscou: Mir, 1987.

RONAN, C. A. **História ilustrada da ciência**. Tradução: FORTES, J. E. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1997.

ROXO, E. M. G. A matemática e o curso secundário. In: VALENTE, W. R. (Org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: SBEM, 2003, p. 159-189.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica:** primeiras aproximações. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

______. **Do senso comum à consciência filosófica.** São Paulo: Cortez, 1991.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: Edufscar, 2004.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK. S. ; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil**. São Paulo: SBEM, 2003, p. 11-45.

STRUIK, D. J. Sociologia da Matemática: sobre a sociologia da Matemática. **Série Cadernos de Educação e Matemática**. Lisboa, n. 3, p. 21-31, out. 1998.

STRUIK, D. J. **História consisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1997.

TAJRA, SANMYA FEITOSA. **Comunidades virtuais:** um fenômeno na sociedade do conhecimento. São Paulo: Érica, 2002.

VALENTE, V. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

_____. Euclides Roxo e o movimento de modernização internacional da matemática escolar. In: VALENTE, W. R. (Org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: SBEM, 2003, p. 46-85.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

WODEWOTZKI, M. L.; JACOBINI, O. R. O ensino de estatística no contexto da educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORDA, M. C. (Orgs.) **Educação matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

ZUFFI. E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, n. 9/10, p.15-16, abril. 2001.